**1. Основные равносильности:**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | — законы идемпотентности. | | |
| 3. *x & и ≡ x*  4. *x ∨ и ≡ и*  5. *x & л ≡ л*  6. *x ∨ л ≡ x*  7. *x & ≡ л* — закон противоречия.  8*. x ∨ ≡ и* — закон исключенного третьего.  9.  *≡ x* — закон снятия двойного отрицания. | | |  |
|  | | — законы поглощения. | |

Докажем один из законов поглощения. Рассмотрим формулу *A ≡ x& (y ∨ x).* Если в этой формуле *x = 1*, то, очевидно, *y ∨ x = 1* и тогда *x& (y ∨ x) = 1* как конъюнкция двух истинных высказываний. Пусть теперь в формуле *A x = 0*. Но тогда по определению операции конъюнкции будет ложной и конъюнкция *x& (y ∨ x).* Итак, во всех случаях значения формулы *A* совпадают со значениями *x*, а поэтому *A ≡ x*.

**2. Равносильности, выражающие одни логические операции через другие:**

1. x ↔ y ≡ (x → y) & (y → x)

2. x → y ≡ ∨ y

3. ≡

4. ≡

5. x & y ≡

6. x ∨ y ≡

Ясно, что равносильности 5 и 6 получаются из равносильностей 3 и 4 соответственно, если от обеих частей последних взять отрицания и воспользоваться законом снятия двойного отрицания. Таким образом, в доказательстве нуждаются первые четыре равносильности. Докажем две из них: первую и третью.

Так как при одинаковых логических значениях *x* и *y* истинными являются формулы *x ↔ y, x → y, y → x*, то истинной будет и   
конъюнкция *(x → y) & (y → x).* Следовательно, в этом случае обе части равносильности имеют одинаковые истинные значения.

Пусть теперь *x* и *y* имеют различные логические значения. Тогда будут ложными эквивалентность x ↔ y и одна из двух импликаций *x → y* или *y → x*. При этом будет ложной и конъюнкция *(x → y) & (y → x).* Таким образом, в этом случае обе части равносильности имеют одинаковые логические значения.

Рассмотрим равносильность 3. Если *x* и *y* принимают одновременно истинные значения, то будет истинной конъюнкция *x&y* и ложным отрицание конъюнкции . В то же время будут ложными , и , а поэтому будет ложной и дизъюнкция ∨ .

Пусть теперь хотя бы одна из переменных *x* или *y* принимает значение ложь. Тогда будет ложной конъюнкция *x&y* и истинной ее отрицание. В то же время отрицание хотя бы одной из переменных будет истинным, а поэтому будет истинной и дизъюнкция ∨ .

Следовательно, во всех случаях обе части равносильности 3 принимают одинаковые логические значения.

Аналогично доказываются равносильности 2 и 4.

Из равносильностей этой группы следует, что всякую формулу алгебры логики можно заменить равносильной ей формулой, содержащей только две логические операции: конъюнкцию и отрицание или дизъюнкцию и отрицание.

Дальнейшее исключение логических операций невозможно. Так, если мы будем использовать только конъюнкцию, то уже такая формула как отрицание x не может быть выражена с помощью операции конъюнкции.